

Nota técnica

**CAPACIDAD PREDICTIVA DE UN MODELO DE BOX Y JENKINS APLICADO A UNA SERIE DE TIEMPO DE PRECIOS DEL CAFE COSTARRICENSE EN EL MERCADO INTERNACIONAL<sup>1/\*</sup>**

*Silvia Elena Arce \*\**

**ABSTRACT**

**Predictive capability of a Box and Jenkins model applied to a time series of prices of Costa Rican coffee in the international market.** Time series analysis contributes to the knowledge about the uncertainty that exists surrounding future events. A time series of 442 data, corresponding to the Costa Rican coffee prices, was utilized this study. The purpose was to make predictions about the future behaviour of those prices in the international market. Each specific time series corresponds to a number of particular circumstances. Taking into account this characteristic, it was determined that the Box and Jenkins model named First-Order Moving Average showed the best adjustment to the available time series.

**INTRODUCCION**

El subsector cafetalero de Costa Rica enfrenta grandes problemas en el mercado externo, derivados principalmente de las altas fluctuaciones de los precios del café en el mercado internacional, presentando períodos de mayores o menores ingresos al país, según la oferta mundial la cual, a su vez, depende de la ocurrencia o no de fenómenos que suceden en los países competidores y en los mercados consumidores.

Uno de los fenómenos más significativos en la variación de los precios internacionales de este producto lo representan las heladas en Brasil. En 1975 se presentó una helada que afectó severamente su producción, lo que trajo como consecuencia un sentido aumento de los precios del café, entre 1976 y 1977, llegando a niveles nunca antes alcanzados.

En el 1978 se dió una restauración que, unida al incremento en la producción de los demás países, provocó una disminución del 31% en el precio de ese año con respecto al anterior.

En el año 1979 se experimentó una leve recuperación, seguida de un período de bajas, el cual llegó a su punto más crítico en 1981. Esta situación obedeció al incremento de la producción mundial, disminución de la demanda y a la acumulación de existencias en los países productores.

<sup>1/</sup> Recibido para publicación el 23 de noviembre de 1994.  
<sup>\*</sup> Parte de la tesis de Ingeniero Agrónomo de la autora, Escuela de Economía Agrícola, Facultad de Agronomía, Universidad de Costa Rica.  
<sup>\*\*</sup> Escuela de Economía Agrícola, Facultad de Agronomía, Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.

Fue después de una disminución en los precios, que los países-productores y consumidores decidieron, entre setiembre y octubre de 1980, reactivar las cláusulas del Convenio Internacional del Café de 1976. En esta oportunidad se llegó al acuerdo de fijar una cuota global de exportación de 57,3 millones de sacos, así como una escala de precios de 115-120 y 150-155 centavos de dólar por libra, que corresponden a la restauración y suspensión de cuotas, respectivamente, con el posible arreglo de aumentar o disminuir la cuota global en un 2,4%, siempre que el precio indicador se saliera de la escala establecida.

Este acuerdo fue válido hasta el 30 de setiembre de 1982, extendiéndose luego por un año más.

En 1982, debido a la dañada producción brasileña y a la intervención de la Organización Internacional del Café, los precios mostraron una mejoría, que descendió al año siguiente, dados los volúmenes de producción en ese período.

Sin embargo, a pesar de los intentos institucionales por regular el mercado, las fluctuaciones persisten, dado el carácter impredecible de los fenómenos naturales tales como las heladas y sequías, así como por las estrategias para regular la oferta, como son cuotas, retenciones y cambios en las políticas internacionales.

Sin embargo, se puede partir de la premisa de que los hechos pasados orientan sobre posibles comportamientos en el futuro y se debe aceptar la posibilidad de estimar y predecir con cierto grado de precisión, los cambios en una variable dependiente, en este caso los precios del café, con respecto a cambios en las variables independientes y principalmente de orden climático que los afectan.

En este sentido, se pretende buscar el grado de asociación histórica entre ambos grupos de variables; determinar si este grado de asociación es significativo y expresable en forma matemática, mediante el planteamiento y formulación de un modelo predictivo que permita medir cambios con cierto grado de certidumbre. Tal fue la motivación para realizar esta investigación.

## MATERIALES Y METODOS

La variable dependiente en estudio corresponde al precio promedio en rieles, en dólares, por quintal de café (\$/quintal).

Cada uno de los datos involucrados en el análisis fue obtenido del documento oficial utilizado por el Departamento de Exportaciones del Instituto del Café de Costa Rica (ICAFE), que a su vez se deriva de los precios de la Bolsa de New York. Este documento contempla el movimiento quincenal por ventas al exterior.

La serie de tiempo esta compuesta de 442 datos quincenales, que comprenden un total de 17,5 años. Estos se extienden desde el año cosecha 1969-1970 hasta el primer semestre del año cosecha 1986-1987, por encontrarse que de los datos registrados, este grupo numérico guarda mayor consistencia y homogeneidad. No obstante, debe enfatizarse que el interés de esta investigación es medir la capacidad predictiva del modelo seleccionado y no los datos de la serie de tiempo por sí misma.

## Depuración de las cifras

Como Costa Rica vende café prácticamente todo el año, las cantidades de café que se comercializan se mezclan entre una cosecha y otra abarcando períodos superiores a los 12 meses.

Por otra parte, las cosechas no se presentan en períodos estables, pues están influenciadas por factores climatológicos que pueden provocar adelanto o atraso de las mismas; por lo tanto, se tomó como inicio del período de cosecha cuando el volumen cosechado de la nueva cosecha es superior al de la cosecha vieja.

Por ser el precio de la vieja cosecha castigado y por tratarse de cafés de inferior calidad, se consideró inconveniente promediar este precio con el de una nueva cosecha. Tampoco se tomaron en cuenta ventas de altos volúmenes de cosechas viejas, ya que no son el resultado de una consecuencia de mercado sino de disposiciones institucionales, que ponen límite de venta y exportación a una determinada cosecha.

Es a partir de la conjugación de estos elementos, que se establecieron las pautas para seleccionar los datos de las diferentes quincenas que serían utilizadas como la variable de interés del presente análisis.

Una serie de tiempo es una colección de observaciones generadas secuencialmente a través del tiempo (Vandaele, 1983). Su análisis se utiliza para detectar patrones o cambios en información estadística generada por un proceso estocástico estacionario, esto es, fenómenos estadísticos que se

desarrollan en el tiempo de acuerdo a las leyes probabilísticas (Barrientos y Chacón, 1983).

La aplicación y el análisis de series de tiempo es muy amplio ya que se puede utilizar en diferentes campos como los negocios, economía, sociología (Vandaele, 1983), problemas ambientales (Tiao *et al.*, 1975), transporte (Ferreiro, 1978), física e ingeniería, entre otros.

A través de las metodologías de estimación introducidas por Box y Jenkins, se ha llegado a identificar tres diferentes clases de modelos de tipo general; estos son: Modelos de Promedios Móviles (MA), Modelos Autorregresivos (AR) y Autorregresivo de Promedios Móviles (ARMA) (Vandaele, 1983).

Pastrana (1978) logró establecer para el caso de Costa Rica, 5 modelos específicos de Box y Jenkins, que reflejan adecuadamente el comportamiento de variables dentro de los diferentes sectores del país. Estos modelos son:

1. Promedios Móviles de Orden 1 o PM (1)
2. Promedios Móviles de Orden 2 o PM (2)
3. Autorregresivo de Orden 1 o AR (1).
4. Autorregresivo de Orden 2 o AR (2).
5. Autoregresivo de Promedios Móviles de Orden (1,1) o ARMA (1,1).

Como se dijo inicialmente, es posible realizar estimaciones del futuro, por medio de series de tiempo que corresponden a procesos estocásticos estacionarios.

A los datos seleccionados se les aplicaron las técnicas que involucran el análisis de series de tiempo, así como los modelos de Box y Jenkins para ensayo, con el fin de identificar el modelo predictivo. Como herramienta para el análisis de la información disponible se utilizó el software denominado STATGRAPHICS (Statistical Graphics System).

## RESULTADOS Y DISCUSION

La serie original de los datos de ICAFE no es estacionaria y fue preciso diferenciarla para que los valores fluctúen aleatoriamente alrededor de un valor central. Para diferenciar la serie se utilizó la siguiente fórmula:

$$dt = Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t$$

donde:

dt = valor al momento.

t = serie original.

$Y_t$  = serie original.

$Y_{t-1}$  = corresponde al operador de desfase de un período.

Una vez diferenciada la serie de tiempo (Figura 1) se estimó que una diferenciación era suficiente para estacionarizar la serie, con relación a su media, decisión que está fundamentada en el análisis del correlograma (Figura 2) que es la expresión gráfica de la función de autocorrelación.

De la Figura 1 se desprende que existe mayor estabilidad de la serie original diferenciada

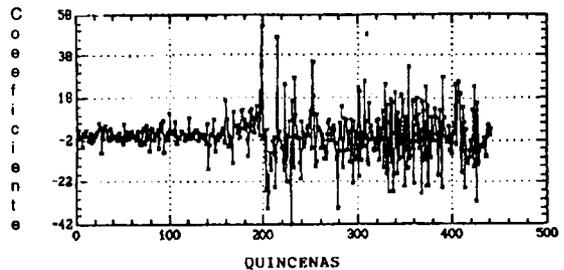


Fig. 1. Primera diferencia de la serie original de los precios

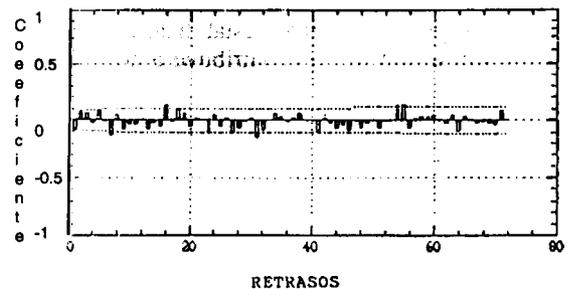


Fig. 2. Correlograma de la primera diferencia de la serie original de precios.

con respecto a la serie original, a la que no se le aplicó diferencia. Sin embargo, el resultado no es del todo satisfactorio, pues la media se manifiesta como una horizontal y no como pendiente de tendencia creciente o decreciente.

Por esto, dado que una transformación logarítmica contribuye a estabilizar la variación de los datos y la normalización de los residuos, se optó por aplicar el logaritmo a la primera diferencia de la variable precio y los resultados obtenidos se presentan en las Figuras 3 y 4. En estas, se puede

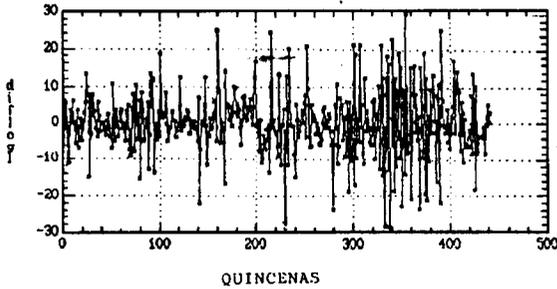


Fig. 3. Primera diferencia del logaritmo de los precios.

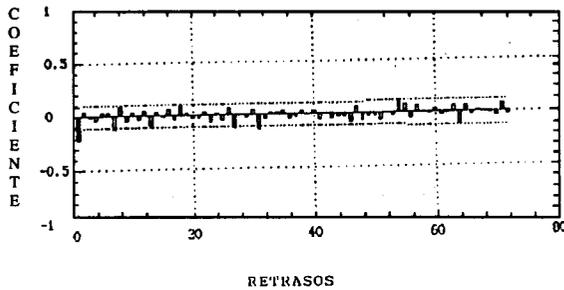


Fig. 4. Correlograma de la diferencia del logaritmo de los precios.

observar que se ha logrado estabilizar la media y a su vez el correlograma contribuye a confirmar la estacionaridad de la serie, ya que los primeros coeficientes de autocorrelación caen rápidamente.

**Identificación del Modelo de Box y Jenkins**

Para identificar el modelo de Box y Jenkins que permitiera describir la naturaleza del proceso estocástico, fue necesario hacer un análisis comparativo entre el correlograma de las primeras diferencias con transformación logarítmica y los modelos obtenidos por Pastrana (1978), los cuales están basados en la metodología de Box y Jenkins.

Con esta comparación se determinó que el correlograma de la primera diferencia del logaritmo de los precios, de los datos de la serie cronológica presentaban mejor ajuste con el modelo de Box y Jenkins denominado Promedios Móviles de Orden 1.

**Estimación**

Para la serie de tiempo estudiada se obtuvo un valor de 0 igual a 0,20260. Este es el parámetro

poblacional, específico, para esta serie de datos y fue estimado utilizando el software estadístico Statgraphics para series de tiempo.

**Verificación**

La verificación consiste en determinar que los residuos en efecto cumplan el supuesto de que provienen de una población cuya variable presenta distribución normal con media igual a cero y variancia constante. La verificación de un modelo viene dada mediante el correlograma de los residuos y sus respectivos coeficientes, los cuales deben ser valores pequeños.

**Desarrollo de la fórmula del modelo**

El modelo viene dado por:

$$\begin{aligned}
 W_t &= a_t - O\hat{a}_{t-1} \\
 W_t &= w_{t-u} \\
 W_t &= w_t \\
 w_t &= \ln P_t - \ln P_{t-1} \\
 \ln P_t &= \ln P_{t-1} + a_t - O\hat{a}_{t-1}
 \end{aligned}$$

Donde:

- $W_t$  = valor esperado.
- $u$  = valor central a través del tiempo
- $\hat{a}_t$  = valor residual.
- $W_t$  = a dif  $\ln P_t$  corresponde a la primera diferencia del logaritmo del precio del período (t) que se desea proyectar.

**Ejemplo**

La serie de precios cuenta con 442 datos, y se procederá a proyectar el dato 443 que corresponde a la primera quincena de julio de la cosecha 1986-1987.

$$\begin{aligned}
 \ln P_{443} &= \ln P_{442} + a_{443} - O\hat{a}_{442} \\
 \ln P_{443} &= 4,6319 + a_{433} - 0,20260(0,0381844) \\
 \ln P_{443} &= 4,6319 + 0 - 7,736E-3 \\
 \ln P_{443} &= 4,6242 \\
 P_{443} &= 102,14
 \end{aligned}$$

Donde,  $a_{442}$  corresponde al residuo del logaritmo de los precios correspondientes al dato 442; esto es, a la primera quincena de octubre 1987. Se puede observar entonces que el valor específico proyectado presenta una variación de un 1% con

respecto al dato puntual proyectado, y una variación de un 6% con respecto al dato real registrado por ICAFE.

### Confiabilidad de los resultados

Se procedió a calcular el rango de confianza denominado límite inferior y límite superior y un valor puntual proyectado, cuyos valores son el resultado de las características propias de la serie. Del Cuadro 1 se tiene que las proyecciones siguen la tendencia histórica de la serie y además que a mayor plazo de la proyección, el valor puntual es menos confiable. Además se amplía el intervalo de confianza por lo que conviene incorporar a la serie los datos más recientes con el fin de actualizarla y generar proyecciones más confiables.

Del Cuadro 1 se concluye que en las primeras 6 quincenas, a mayor plazo de la proyección el valor puntual es menos confiable con respecto a los datos reales, lo que se confirma en la amplitud del intervalo de confianza. Por otra parte las segundas 6 quincenas proyectadas mantienen un porcentaje de variación menor con respecto al valor puntual.

Sin embargo, el modelo utilizado (como otros de esta naturaleza) ofrece valores proyectados que cuentan con límites de confianza de un 95% y el restante 5% es la probabilidad de que los

datos proyectados se comporten fuera de los mencionados límites.

Dada la variabilidad que presentan los datos de la serie de precios del café costarricense en el mercado internacional para cada año de cosecha, se recomienda utilizar el modelo para proyectar pocos períodos, así como adaptar los datos más recientes al modelo predictivo sin olvidar que estos deben mantener la misma consistencia y homogeneidad de la serie de tiempo, inicialmente analizada.

### Otras consideraciones

Se tomó el logaritmo de los precios porque esta transformación logra estabilizar la variabilidad de los datos ofreciendo mejor oportunidad para el ajuste de los mismos. Se trabajó con la primera diferencia del logaritmo, porque en términos de la primera diferencia, la serie se estacionariza y se hace factible de un modelo de Box y Jenkins.

En el modelo PM(1) solo se considera la tendencia histórica de los precios del café en el transcurso del tiempo. Otros factores como heladas, sequías, límite de cuotas etc., podrían incluirse en el modelo relacionado, denominado "modelo de transferencias" con el cual se lograría determinar los elementos que influyen en el incremento o disminución de los precios. La estimación de este modelo podría ser objeto de otro estudio.

Cuadro 1. Proyección del precio de exportación en rieles para Costa Rica (quincenales).

Cosecha	Límite inferior	Proyección	Límite superior	Datos de ICAFE % de VAR 1986-1987	
1.Q Julio	\$85*	101,91	\$123	\$87,95	13,69
2.Q Julio	80	101,91	129	\$88,60	13,06
1.Q Agosto	77	101,91	135	\$88,74	12,92
2.Q Agosto	74	101,91	140	\$86,13	15,48
1.Q Setiembre	72	101,91	145	\$87,87	13,77
2.Q Setiembre	70	101,91	149	\$80,36	21,14
<b>1987-1988 (1)</b>					
1.Q Octubre		101,91		\$96,72	5,09
2.Q Octubre		101,91		101,35	0,55
1.Q Noviembre		101,91		105,61	3,63
2.Q Noviembre		101,91		110,36	8,29
1.Q Diciembre		101,91		108,78	6,74
2.Q Diciembre		101,91		108,05	6,02

\* Dado que cada año cosecha termina en el mes de setiembre, los datos de la nueva cosecha inician en octubre.

Fuente: Documento ICAFE. Departamento de Exportaciones. Informe Quincenal. Cosecha 1987.

El análisis de series de tiempo contribuye al conocimiento de la incertidumbre sobre el futuro, mediante aplicación de todas o parte de sus componentes.

### RESUMEN

El análisis de series de tiempo contribuye al conocimiento de la incertidumbre que existe acerca de eventos futuros. En el presente estudio, se utilizaron 442 datos de una serie de tiempo correspondientes a los precios del café costarricense, con el propósito de realizar proyecciones que orienten sobre el comportamiento futuro de estos precios en el mercado internacional. Tomando estas características en cuenta, se determinó que el modelo de Box y Jenkins denominado Promedio Móviles de Orden 1, PM(1) presentó el mejor ajuste para la serie de tiempo disponible.

### AGRADECIMIENTO

La autora desea expresar su agradecimiento al Dr. Francisco Pastrana Zúñiga y al Ing. Alvaro Jiménez Castro por su valioso aporte en la realización de esta investigación. Asimismo agradezco a los señores Guillermo Padilla Alvarez y Diego Delgado Ramírez, Jefe y Técnico respectivamente del Departamento de Exportaciones de ICAFE por su colaboración desinteresada.

### LITERATURA CITADA

- BARRIENTOS, J.; CHACON, I. 1983. Empleo de los modelos Box y Jenkins en la formulación de proyecciones y pronósticos. Escuela de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Costa Rica.
- BOX, C.E.P.; JENKINS, G.M. 1976. Time series analysis, forecasting and control. Holden Day Inc. USA.
- FERREIRO, O. 1978. Pasajeros en Taiwán: Un ejemplo de utilización de los modelos Box y Jenkins. Revista Sigma el Dpto. de Ciencias Exactas, Universidad de Chile, Vol. 4. p. 13-22.
- ICAFE. Departamento de Exportaciones. Informe quincenal. Cosecha 1969-1970; 1970-1971; 1971-1972; 1972-1973; 1973-1974; 1974-1975; 1975-1976; 1976-1977; 1977-1978; 1978-1979; 1979-1980; 1980-1981; 1981-1982; 1982-1983; 1983-1984; 1984-1985; 1985-1986; 1986-1987.
- PASTRANA, J.F. 1980. Hacia el análisis de series de tiempo en Costa Rica a través de métodos de lectura de los procesos naturales, con fundamento teórico sólido. Instituto de Investigaciones en Ciencias Económicas. Universidad de Costa Rica. 22 p.
- PASTRANA, J. F., 1978. Identificación, estimación, empleo del modelo de Box y Jenkins correspondiente a una cronológica. San José, Costa Rica, INA. 20 p.
- TIAO, G.C.; BOX, C.E. P.; HAMMING, W. 1974. A statistical analysis of the los angeles ambient carbon monoxide data. Madison, University of Wisconsin. Technical Report No. 365.
- VANDAELE, W. 1983. Applied Times Series and Box-Jenkins models. New York, Academic Press. p. 3-10.